

Relaciones geométricas y algebraicas mediante *Geometry Expressions*

Máster Yuri Morales L
Universidad Nacional
ymorales@una.ac.cr

Lic. Ricardo Poveda V
Universidad Nacional
rpoveda@una.ac.cr

Resumen:

El objetivo de este trabajo es mostrar la utilidad del software *Geometry Expressions* como herramienta tecnológica para el aprendizaje de la geometría a través de relaciones algebraicas.

Palabras clave: Educación, Geometría, Software, *Geometry Expressions*.

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los factores que hoy se tratan, en mayor medida, en las discusiones sobre la pedagogía educativa es el uso de herramientas computacionales para el aprendizaje. Esta forma de mediación conlleva la planificación de situaciones donde el estudiante pueda explorar, visualizar y conjeturar relaciones algebraicas presentes en figuras geométricas; estas relaciones algebraicas de propiedades geométricas es, en muchas ocasiones, los que resumimos en $a^2 + b^2 = c^2$, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $A = \pi r^2$, entre otras.

En este sentido, existen diferentes enfoques sobre el uso de la tecnología específicamente, los software de geometría dinámica; Alfaro *et al* (2008) mencionan que el software bajo el enfoque tradicional puede estimular la exploración y la visualización para concretar las relaciones; un segundo enfoque se orienta principalmente a la comprobación de las relaciones y aplicaciones para la resolución de problemas – tipo *caja negra*- (Kumar V, 1996).

Con base en lo anterior, *Geometry Expressions* es un software propietario orientado a la resolución de problemas geométricos a través de propiedades algebraicas. Este permite encontrar las relaciones a partir de la creación de reglas basadas en las construcciones geométricas.

Lo anterior traducido a los niveles superiores, como los universitarios, puede verse reflejado en la percepción de la necesidad de demostrar algunos teoremas. Por ejemplo, Rodríguez F (2006), en una investigación relacionada con el análisis de demostraciones en entornos de lápiz y papel y Cabri por estudiantes de la licenciatura de Matemática, concluyó que el tipo de demostraciones que él realiza se basan en demostraciones deductivas del tipo experimento mental transformativo.

Por las razones anteriores, en este trabajo se pretende mostrar al docente el nuevo enfoque basado en software de geometría dinámica modelador de características geométricas en un lenguaje algebraico.

2. CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS

En este apartado se menciona la procedencia de este software y se analizan dos construcciones utilizándolo, para ejemplificar sus potencialidades.

2.1 Qué es Geometry Expressions

Según sus creadores (Saltire Software fundada en 1989) es el primer paquete de software de geometría que nos permite interactuar con su cifra numérica y simbólica. Esta interacción simbólica reúne geometría y álgebra por primera vez en un sistema interactivo de geometría. Visite <http://www.geometryexpressions.com/> para más información y descargar una versión trial del producto.

2.2 Construyendo relaciones

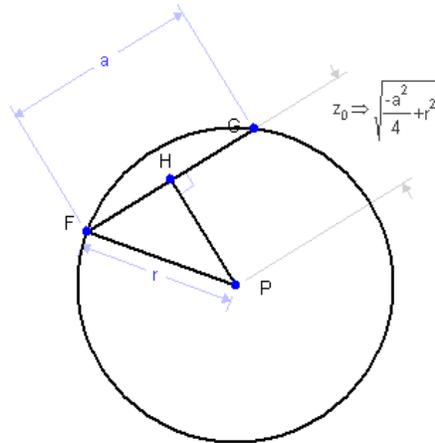
A. Distancia del centro de una circunferencia y una cuerda

Dada una circunferencia de radio r y centro P , denotada por $\square P_r$ y una cuerda \overline{FG} cualquiera de la $\square P_r$ con medida a . Con la ayuda del software *Geometry Expressions* se calcula la distancia d entre el P y la cuerda \overline{FG} , en términos de a y r y se obtiene que

$$d = \sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}}, \text{ como se observa en la Figura N}^\circ 1.$$

Figura N°1

Distancia entre el centro de una circunferencia y una cuerda



Esta propiedad es fácil comprobarla, pues se sabe que $FH = \frac{a}{2}$, y por el Teorema de

Pitágoras se sabe que $FH^2 + HP^2 = FP^2$, despejando y sustituyendo se obtiene

$$HP^2 = r^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2, \text{ por lo que } HP = \sqrt{r^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}.$$

Sin embargo, no todas las propiedades que se obtienen con el *Geometry Expressions* se deducen fácilmente, en el siguiente ejemplo se relacionarán las medidas de los segmentos internos de la mediana y la altura de un triángulo cualquiera.

B. Relación entre las medidas de los segmentos internos de la mediana y altura en un triángulo.

Dado un $\triangle ABC$, tal que $AB = b, AC = a, BC = c$, con la ayuda del *Geometry Expressions* se determina la medida del segmento interno de la altura sobre \overline{BC} en términos de a, b y c y se obtiene

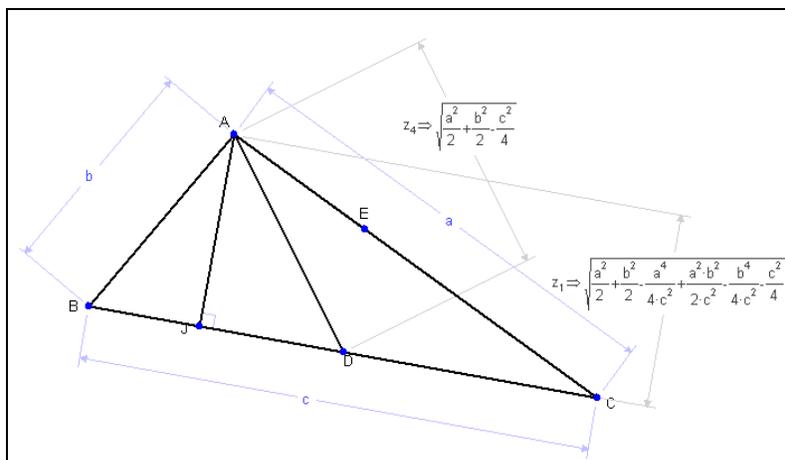
$$AJ = \sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} - \frac{a^4}{4c^2} + \frac{a^2b^2}{2c^2} - \frac{b^4}{4c^2} - \frac{c^2}{4}}.$$

También se determina la medida del segmento interno de la mediana sobre \overline{BC} y se obtiene $AD = \sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} - \frac{c^2}{4}}$, como

se muestra en la Figura N°2.

Figura N°2

Medida de los segmentos internos de la mediana y altura en términos de los lados del triángulo



De estos cálculos se pueden relacionar estos dos valores:

$$\begin{aligned}
 AJ &= \sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} - \frac{a^4}{4c^2} + \frac{a^2b^2}{2c^2} - \frac{b^4}{4c^2} - \frac{c^2}{4}} \\
 &= \sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} - \frac{c^2}{4} - \frac{a^4}{4c^2} + \frac{a^2b^2}{2c^2} - \frac{b^4}{4c^2}} \\
 &= \sqrt{AD^2 - \left(\frac{a^4}{4c^2} - \frac{a^2b^2}{2c^2} + \frac{b^4}{4c^2} \right)} \\
 &= \sqrt{AD^2 - \left(\frac{a^4 - 2a^2b^2 + b^4}{4c^2} \right)} \\
 &= \sqrt{AD^2 - \left(\frac{a^2 - b^2}{2c} \right)^2}
 \end{aligned}$$

3. REFLEXIÓN FINAL

El hecho que este software permita encontrar expresiones algebraicas sobre construcciones geométricas cualesquiera, le otorga un puesto novedoso dentro de los software de geometría dinámica. Se deja planteada la interrogante si los nuevos software son eficaces y pertinentes dentro de una educación basada en el álgebra de la geometría,

como lo es la educación secundaria costarricense en matemática, e inclusive, qué repercusiones tendría el uso de este tipo de software en el aula.

Más que buscar la conclusión de este trabajo, se invita al docente a investigar sobre los usos de este tipo de software y las nuevas ventajas que ofrecen. Este no solo permite construcción, manipulación, sino que internamente efectúa las relaciones posibles entre las expresiones algebraicas.

4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alfaro, C.; Gamboa, R.; Morales, Y. (2008). *Actividades para la enseñanza de la geometría en secundaria*. [POR PUBLICAR] Memorias II Encuentro de Enseñanza de la Matemática, UNED

Kumar, V. (1996). Computer-Supported Collaborative Learning Issues for Research. Recuperado de [<http://www.sfu.ca/~vivek/personal/papers/CSCLIssuesForResearchRevised.pdf>] en [15 julio 2008] (Traducción libre)

Rodríguez, F. (2006). *Análisis de demostraciones en entornos de lápiz y papel y Cabri por estudiantes de la licenciatura de Matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Valencia

Saltire Software (2008). *Geometry Expressions Manual*. Recuperado de [<http://www.geometryexpressions.com/>] en [12 junio 2008] (Traducción libre)